

Primjena sličnosti trokuta u geometriji tankih leća

Filip Vučić¹

U geometriji tankih leća vrijedi nekoliko matematičkih izraza od kojih su dva za uvećanje tanke leće. Ti su izrazi:

$$M = \frac{-b}{a}, \quad (1)$$

$$M = \frac{h'}{h}. \quad (2)$$

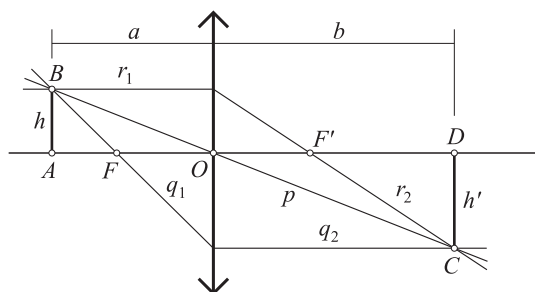
Ako je vrijednost izraza (1) i (2) negativna, tada je slika obrnuta. Budući da

$$M = M \implies \frac{h'}{h} = \frac{-b}{a}. \quad (3)$$

Jednadžba (3) proizlazi iz sličnosti trokuta koji se dobivaju konstrukcijom slika s konvergentnim i divergentnim lećama.

Na slici 1 proizvoljno je odabran predmet visine h pri čemu je ona jednaka duljini dužine \overline{AB} . Duljina dužine \overline{AO} odgovara udaljenosti predmeta od optičkog središta leće (oznaka a). Slika predmeta konstruirana je pomoću karakterističnih zraka koje predstavljaju pravci p , q_1 , q_2 , r_1 i r_2 . Pravac p iz vrha predmeta prolazi optičkim središtem te se ne lomi. Pravac r_1 paralelan je s optičkom osi leće te se lomi po pravcu r_2 koji prolazi žarištem leće F' .

¹ Autor je učenik 8. razreda Osnovne škole Trnsko, Zagreb; e-pošta: fico.sah@gmail.com



Slika 1. Prikaz konstruirane slike predmeta u konvergentnoj leći.

Pravac q_1 prolazi žarištem leće F te se lomi paralelno s optičkom osi. Točka C sjecište je svih lomljenih zraka, tj. pravaca q_2 , r_2 i p . Točka C ujedno je i vrh slike. Iz točke C treba povući okomicu na optičku os tako da ju ona siječe u točki D . Duljina dužine \overline{CD} odgovara visini slike h' , a duljina dužine \overline{OD} odgovara udaljenosti slike od optičkog središta leće (oznaka b).

Na slici 1 treba uočiti trokute ABO i CDO . Budući da je kut u vrhu O trokuta ABO vršan s kutom u vrhu O trokuta CDO , oni su po veličini jednaki, odnosno:

$$\sphericalangle AOB = \sphericalangle COD. \quad (4)$$

Kutovi u vrhovima A i D su pravi, pa vrijedi i

$$\sphericalangle CDO = \sphericalangle BAO = \frac{\pi}{2}. \quad (5)$$

Budući da su pravci r_1 i q_2 međusobno paralelni i pravac p je njihova transversala, imamo

$$\sphericalangle OCD = \sphericalangle OBA. \quad (6)$$

Prema definiciji, dva su trokuta slična ako su im svi kutovi jednakih veličina ili ako su im odgovarajuće stranice proporcionalne. Koeficijent proporcionalnosti svih parova stranica naziva se koeficijent sličnosti i za dva slična trokuta je jednak.

S obzirom da izrazi (4), (5) i (6) upućuju na jednakost veličina kutova trokuta ABO i CDO , zaključujemo da su oni slični prema K-K poučku:

$$\triangle ABO \sim \triangle CDO. \quad (7)$$

Iz gore navedene definicije izvodimo

$$\frac{|OD|}{|OA|} = \frac{|CD|}{|AB|} = \frac{|CO|}{|BO|} = k \quad (8)$$

Dužine sada treba zamijeniti ranije navedenim oznakama u razmjeru i dobiva se:

$$\frac{-b}{a} = \frac{h'}{h} = M. \quad (9)$$

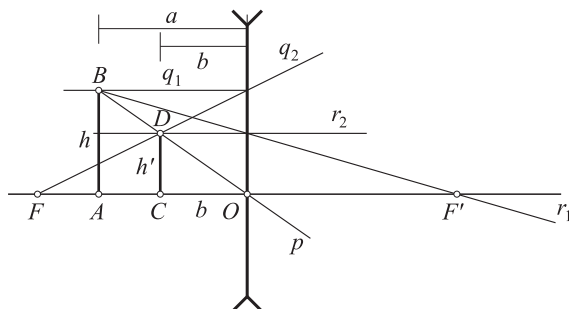
Izrazi (3) i (9) su ekvivalentni.

Na slici 2 je konstruirana slika predmeta visine h (duljina dužine \overline{AB}) u divergentnoj leći. Slika je konstruirana pomoću karakterističnih zraka i koraci u konstrukciji su potpuno jednaki onima u konstrukciji slike konvergentne leće. Također, duljina dužine \overline{OA} odgovara udaljenosti predmeta od optičkog središta (oznaka a), a duljina dužine \overline{OC} odgovara udaljenosti slike od optičkog središta (oznaka b). Treba obratiti pažnju

na trokute ABO i CDO . Za njihove stranice vrijedi

$$AB \parallel CD. \quad (10)$$

S obzirom na to da se dužina \overline{CD} nalazi unutar trokuta ABO , za te stranice vrijedi Talesov poučak o proporcionalnosti koji upućuje na sličnost trokuta kojima te stranice pripadaju.



Slika 2. Prikaz konstruirane slike predmeta u divergentnoj leći.

Trokut ABO je sličan trokutu CDO prema K-K poučku jer im je kut u vrhu O zajednički, kutovi u vrhovima A i C su pravi pa su jednakih veličina, a pravac p je transverzala kutova na paralelne dužine \overline{AB} i \overline{CD} pa je

$$\sphericalangle ABO = \sphericalangle CDO, \quad (11)$$

a nadalje

$$\triangle ABO \sim \triangle CDO. \quad (12)$$

Odavde vrijedi razmjer

$$\frac{|OB|}{|OD|} = \frac{|AB|}{|CD|} = \frac{|OA|}{|OC|} = k. \quad (13)$$

Sada umjesto dužina uvrstimo navedene oznake u razmjer i dobivamo ($b < 0$)

$$\frac{h}{h'} = \frac{a}{-b} \quad (14)$$

Ekvivalentan izraz jednadžbi (14) je sljedeći:

$$\frac{-b}{a} = \frac{h'}{h} \quad (15)$$

a taj je izraz ujedno ekvivalentan izrazu (3).

Literatura

- [1] VJERA LOPAC, *Leksikon fizike*, Školska knjiga, Zagreb, 2009.
- [2] SUZANA BARNAKI, *Repetitorij matematike osnovne škole*, Školska knjiga, Zagreb, 2013.